Práctica Dirigida

1. Si la ecuación es dimensionalmente homogénea, calcule las dimensiones de S en la expresión: $S=cze^{2cmt}$ donde: t: tiempo, z: potencia, m: masa, e: número

A) L^5T^{-4} B) L^3T^{-3} C) L^5T^{-5}
D) L^5T E) L^2T^{-4}

•) $[S]=[c][z][e^{2cmt}]$

$[S]=[c][z]=[c]ML^2T^{-3}$ ... (I)

•) $[2cmt]=1$ (EXPONENTE)

$1[c].M.T=1 \rightarrow [c]=M^{-1}T^{-1}$ ... (II)

De (II) en (I):

$[S]=(M^{-1}T^{-1})ML^2T^{-3}=L^2T^{-4}$

2. Si la ecuación: $V=\dfrac{a}{t^2}+\dfrac{b+h}{c}$ es dimensionalmente correcta, calcule la dimensión de abc, siendo; V: volumen, h: altura, t: tiempo.

A) L^2T^2 B) LT^{-2} C) LT^4
D) L^3T^{-3} E) L^2

LONGITUD

$[h]=[b]$

$[b]=L$

$[V]=\dfrac{[a]}{[t]^2}=\dfrac{[h]}{[c]}$

$[a][c]=LT^2$

$\therefore [abc]=[a][c][b]=LT^2.L=L^2T^2$

3. Si la ecuación dimensional: $mv^2 sen(\omega y-\varphi)=\pi\dfrac{\sqrt{x}}{y^2}$ es homogénea. Calcule las dimensiones de x e y, siendo: m: masa, v: velocidad, ω: velocidad angular.

A) $L^4M^2; T$ B) $L^4M^2; T^{-2}$ C) $L^{-4}M^2; T^{-1}$
D) $L^4M^{-2}; T^{-1}$ E) $L^{-4}M^2; T$

ÁNGULO (ADIMENSIONAL)

$[\omega y]=[\varphi]=1$

$[\omega][y]=1 \rightarrow T^{-1}.[y]=1$

$\therefore [y]=T$

•) $[mv^2][sen(\omega y-\varphi)]=[\pi]\dfrac{\sqrt{[x]}}{[y]^2}$

$M(LT^{-1})^2=\dfrac{\sqrt{[x]}}{T^2} \rightarrow [x]=L^4M^2$

4. Dada la fórmula dimensionalmente correcta: $K^2=\dfrac{8\gamma^3Q}{\eta}$. Calcule la unidad de K. Q: caudal, η: viscosidad (Pascal · segundo) γ: tensión superficial (Newton/metro).

PRESIÓN

A) Newton B) segundo C) Watt
D) Joule E) Pascal

$Q=V.A \rightarrow [Q]=L^3T^{-1}$

$[\eta]=ML^{-1}T^{-2}.T=ML^{-1}T^{-1}$

$[\gamma]=\dfrac{MLT^{-2}}{L}=MT^{-2}$

$[K]^2=\dfrac{[8][\gamma]^3[Q]}{[\eta]}$

$[K]^2=\dfrac{(MT^{-2})^3.(L^3T^{-1})}{ML^{-1}T^{-1}}$ $\therefore [K]=ML^2T^{-3}$

POTENCIA (watt)

5. La ecuación que permite calcular el caudal (Q) del escape de agua por un orificio es la siguiente: $Q = \dfrac{CA}{\sqrt{1-(A/B)^2}}\sqrt{\dfrac{2g(P_1-R)}{\gamma}}$. Siendo las unidades de Q: m^3/s calcule las dimensiones de B, C siendo: A: área del tubo, g: aceleración de la gravedad, P_1: presión del tubo, γ: peso específico.

A) $L^2; T^{-2}$ B) $L^3; L$ C) $T^{-2}; L$
D) $L^2; T^{-1}$ E) $L^2; 1$

ADIMENSIONAL → $\left[\dfrac{A}{B}\right]^2 = 1$

PRESIÓN: $[R]=[P_1]$

$[A]=[B] \rightarrow [B]=L^2$

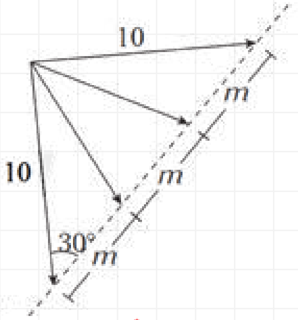
PESO/VOLUMEN: $\dfrac{MLT^{-2}}{L^3} = ML^{-2}T^{-2}$

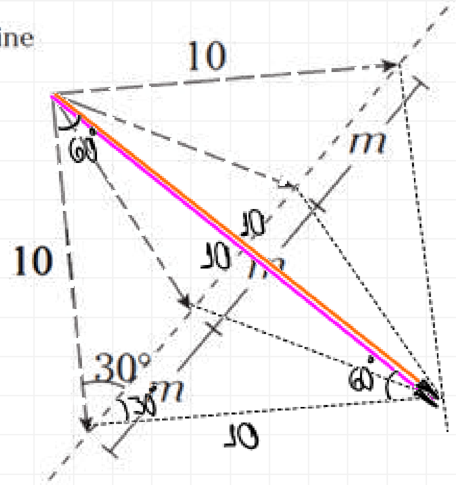
$[Q] = \dfrac{[C][A]}{1}\sqrt{\dfrac{[2][g][P_1]}{[\gamma]}}$

$L^3T^{-1} = [C]\cdot L^2\sqrt{\dfrac{LT^{-2}\cdot ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}}}$

$[C] = 1$

6. Se muestran 4 vectores en el plano, determine el módulo del vector resultante.

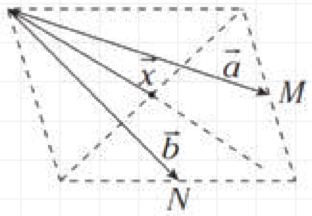


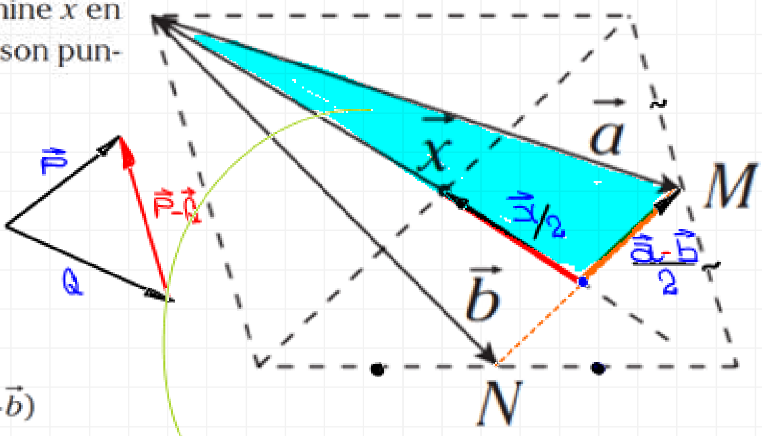


∴ $R = 20u$

A) 15 B) 20 C) 25
D) 30 E) 40

7. En el paralelogramo mostrado, determine $\vec{x}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{b}$, sabiendo que M y N son puntos medios.

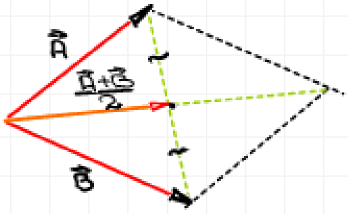


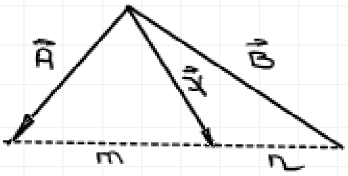


A) $2(\vec{a}+\vec{b})$ B) $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$ C) $2(\vec{a}-\vec{b})$

D) $-\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$ E) $\frac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b})$

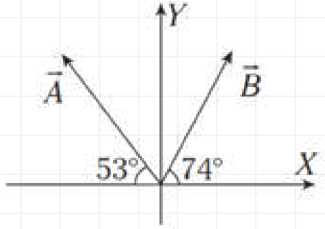
$\dfrac{\vec{x}}{2} + \vec{x} + \vec{a} = \dfrac{\vec{a}-\vec{b}}{2}$ ∴ $\vec{x} = -\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$

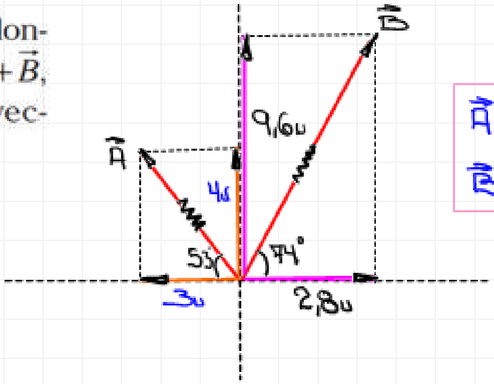




$\vec{x} = \dfrac{\vec{A}n + \vec{B}m}{m+n}$

8. En el gráfico se muestran los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, donde $|\vec{A}|=5$ u y $|\vec{B}|=10$ u. Si $\vec{C}=\vec{A}-\vec{B}$ y $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}$, calcule el producto escalar (en u^2) de los vectores $\vec{C}$ y $\vec{D}$.





$\vec{A} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$

$\vec{B} = 2{,}8\hat{i} + 9{,}6\hat{j}$

A) 60 B) −50 C) 45

D) −75 E) 90

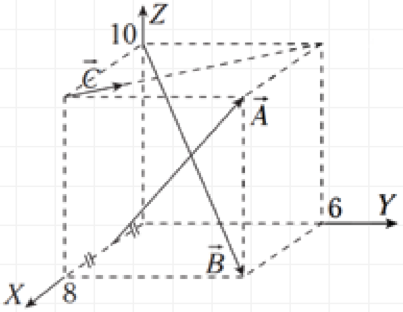
$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = (-3\hat{i}+4\hat{j}) - (2{,}8\hat{i}+9{,}6\hat{j}) = -5{,}8\hat{i} - 5{,}6\hat{j}$

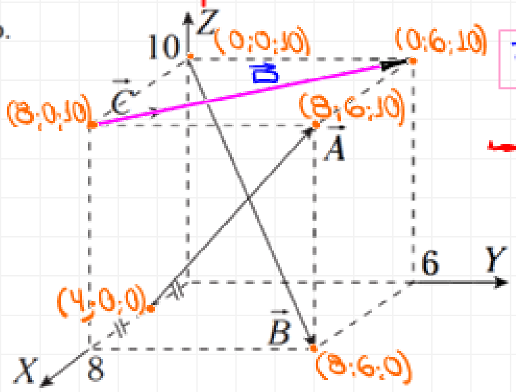
$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} = (-3\hat{i}+4\hat{j}) + (2{,}8\hat{i}+9{,}6\hat{j}) = -0{,}2\hat{i} + 13{,}6\hat{j}$

$\therefore\ \vec{C}\cdot\vec{D} = (-5{,}8)(-0{,}2) + (-5{,}6)(13{,}6) = -75$

$\vec{C}\cdot\vec{D} = (\vec{A}-\vec{B})(\vec{A}+\vec{B}) = A^2 - B^2 = 5^2 - 10^2 = -75$

9. Determine $\vec{C}$ en el paralelepípedo mostrado. Si $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C}=-6$





$\vec{C} = \alpha\vec{D}$

$\rightarrow \vec{C} = \alpha(-8;6;0)$ ... (I)

A) $2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}$ B) $2\hat{\imath}+3\hat{\jmath}$ C) $-3\hat{\imath}-2\hat{\jmath}$

D) $-2\hat{\imath}-1{,}5\hat{\jmath}$ E) $-2\hat{\imath}+1{,}5\hat{\jmath}$

$\vec{A} = (8;6;10) - (4;0;0) = (4;6;10)$

$\vec{B} = (8;6;0) - (0;0;10) = (8;6;-10)$

$\}+ \Rightarrow (12;12;0)$

$\vec{D} = (0;6;10) - (8;0;10) = (-8;6;0)$

De: $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C} = -6$

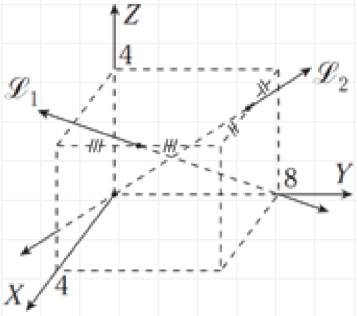
$(12;12;0)\cdot\alpha(-8;6;0) = -6$

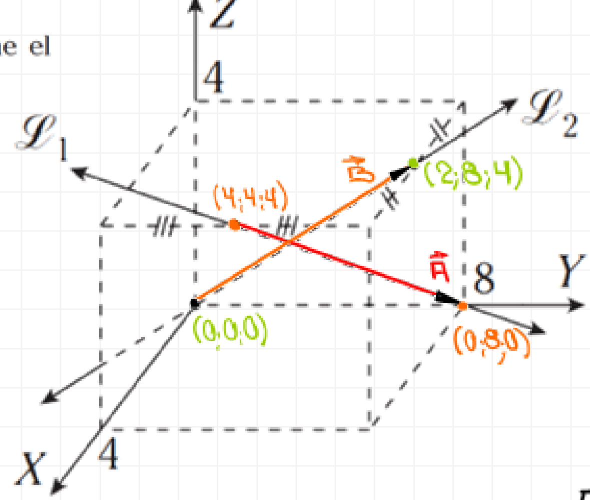
$\alpha[12(-8) + 12\times 6] = -6 \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$

En (I)

$\vec{C} = \frac{1}{4}(-8;6;0) = -2\hat{i} + 1{,}5\hat{j}$

10. En el paralelepípedo mostrado, determine el ángulo entre las rectas $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$.





A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{21}\right)$

B) $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$

C) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{7}\right)$

E) $\arccos\left(\sqrt{7}\right)$

$\vec{A} = (0;8;0) - (4;4;4) = (-4;4;-4) \longrightarrow A = \sqrt{4^2+4^2+4^2} = 4\sqrt{3}$

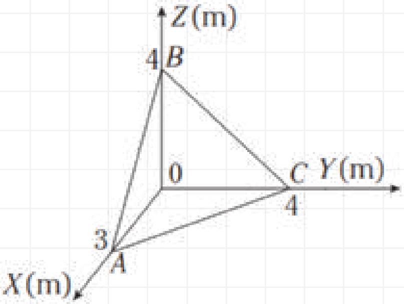
$\vec{B} = (2;8;4) - (0;0;0) = (2;8;4) \longrightarrow B = \sqrt{2^2+8^2+4^2} = 2\sqrt{21}$

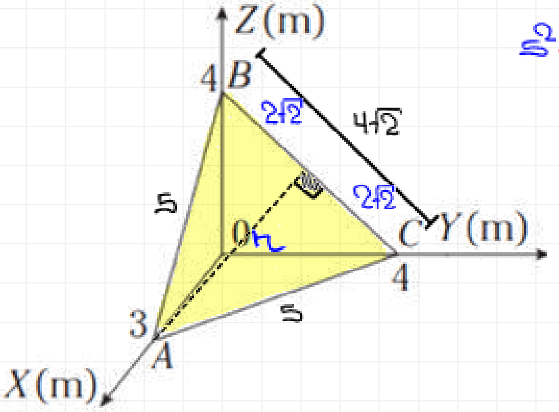
SABEMOS QUE: $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos_\theta$

$(-4;4;-4) \cdot (2;8;4) = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{21}\cos_\theta$

$\cos_\theta = \frac{\sqrt{7}}{21} \quad \therefore \quad \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{21}\right)$

11. Determine el área de la superficie *ABC* de la pirámide con base en el plano $x-y$.





$5^2 = (2\sqrt{2})^2 + h^2$

$h = \sqrt{17}\,m$

$\therefore A = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{17}}{2} = 2\sqrt{34}\,m^2$

A) $2\sqrt{34}$ m^2

B) $\left(18+2\sqrt{34}\right)$ m^2

C) $\left(9+\sqrt{17}\right)$ m^2

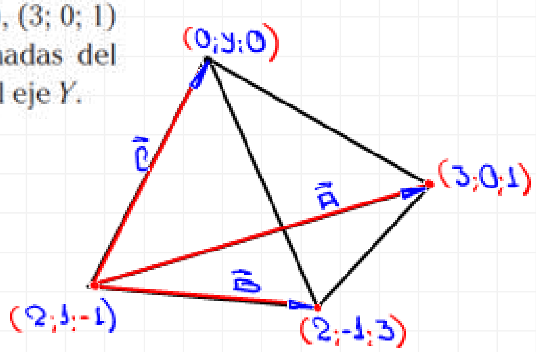
D) $4\sqrt{17}$ m^2

E) $\left(18-\sqrt{17}\right)$ m^2

12. El volumen de un tetraedro es 5 u^3 sí tres de sus vértices son los puntos: (2; 1; –1), (3; 0; 1) y (2; –1; 3). Determine las coordenadas del cuarto punto si se sabe que está en el eje *Y*.

A) (0; 7; 0)
B) (0; –6; 0)
C) (–2; 6; 0)
D) (1; –7; 0)
E) (0; 8; 0)

ÚLTIMA COORDENADA: (0; y; 0)



$$V = \frac{\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})}{6} = 5$$

$$\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = 30$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{A} = (1;-1;2)\\ \vec{B} = (0;-2;4)\end{array}\right\} \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{C} = (-2; y-1; 1)$$

$$\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = 30 \leftarrow (-2; y-1; 1)\cdot(0; -4; -2) = 30$$

$$0 - 4(y-1) - 2 = 30$$

$$y = -7$$

$$\therefore \vec{C} = (0; -7; 0)$$